

先端研究施設共用イノベーション創出事業【産業戦略利用】
『みんなのスパコン』TSUBAME によるベタスケールへの飛翔
利用報告書 平成 20 年度 課題種別 課題 ID

淡水レンズ再現計算モデルの試作
Trial development of a fresh water lens simulation model

渡辺正美
Masami Watanabe

株式会社 計算力学研究センター 第 2 技術部
Research Center of Computational Mechanics, Inc. 2nd Technical Department
URL <http://www.rccm.co.jp>

マーシャル諸島マジョロ島など大洋島嶼の地下には、レンズ状に浮かぶ地下水（淡水レンズ）が存在し、島民の生活にとって重要な水資源となっている。この水資源を安全に利用するには、淡水レンズの大きさや適切な取水量を把握する必要がある、これをコンピュータシミュレーションで行なう技術が求められている。私たちは、TSUBAME と当社の塩水流動解析プログラムを用いて、このシミュレーションを行い、今後同様な計算を行なうときの手引き（計算モデル）を作成することを試みた。その結果、既存の研究報告に従った境界条件の設定、浮力項に特別な配慮をもったパラメータ設定、などの必要性が明らかになった。しかし、安定した十分な解が得られるにはいたらなかったため、来年度、新たな利用課題（淡水レンズ再現・予測計算ツールの整備）で本活動を継続することとなった。

Fresh groundwater lenses exist under oceanic islands such as Majuro Atoll in Marshall Islands, and they are important water resources for islands people. To use these resources safely, it is necessary to know their volumes and appropriate pumping rates, and from that reason, its computer simulation technique are desired socially. Under these circumstances we tried to build the guidance (the simulation model) as a reference to similar simulation in future. As the result, we have revealed the necessity of particular boundary condition followed by prior studies, particular parameter on buoyancy term and so on. However, as we couldn't get sufficient stable solutions, we will continue this activity with new TSUBAME's assignment (Tool development for the fresh water lens simulation) in the next fiscal year.

Keywords: 淡水レンズ、塩水浸入、浸透流、移流拡散、有限要素法

1. 背景と目的

マーシャル諸島マジョロ島などの島嶼の地下には、地下の海水上に浮かぶ淡水（淡水レンズ）が存在し、島民の生活にとって重要な水資源となっている。この水資源を安全に利用するには、この淡水レンズがどのくらい存在しているか、淡水レンズを破壊しない取水量はどの程度のものかを把握する必要がある、これをコンピュータシミュレーションで予測する技術が求められている。本利用課題申請者（以後、私たち）が本活動を開始した時点では、この淡水レンズのシミュレーションを専門に行うコンピュータプログラムは見当たらなかった。そこで、私たちは TSUBAME と当社の塩水流動解析プログラムを用いて淡水レンズの再現計算を実証し、その結果を今後の同様な計算に対する手引き（計

算モデル）としてまとめることを試みた。しかし、実際に計算してみると解が発散して解が得られなかった。

そこで、文献調査を行ない、既存の淡水レンズ解析事例を調べ、その知見をもとに、再度計算を行った。その結果、ある程度の計算解を得ることができたが、まだ十分な安定した解が得られていない。このため、本年度活動の成果を基礎に、来年度の新たな利用課題（淡水レンズ再現・予測計算ツールの整備）で本活動を継続することとなった。

2. 概要

2. 1 文献調査で得られたこと

文献調査の結果、淡水レンズは静止しているのではなく流れを持った状態で静止位置を保っている、この

(様式第 20)

静止位置は降雨量と透水係数により定まる、淡水レンズ再現計算には大きく分けて2つの手法がある、などが把握された。

(1) 既存の解析事例

淡水レンズの再現計算事例は、大きく分けて、①遷移層を面とし海水と淡水は混じらないと考える方法、②遷移層に厚みをもたせ塩分の移流拡散を解く方法、のふたつに分けられる。

①には、Fetter の1次式を解いたもの、Fetter のポアソン方程式を解いたもの、公開プログラム SWI package を用いたものがあり、②には、プログラム SUTRA、SALTFLOW を用いて計算したものがある。①と②の大きな違いは、塩分濃度の移流拡散を解くか解かないかである。

今回利用した塩水流動解析プログラムは、②のタイプに属し、水の湧出項はない・濃度の湧出項はない・濃度の崩壊項はない・要素内で ρ は一定である、ことを仮定すると、基礎方程式は SUTRA、SALTFLOW に同じである。

および、SUTRA の解析事例では境界条件を図1のように設定していた。これは、私たちが設定していた境界条件とは異なっていたので、これに変更したところ解の安定性が改善された。しかし、まだ十分に安定した解は得られていない。

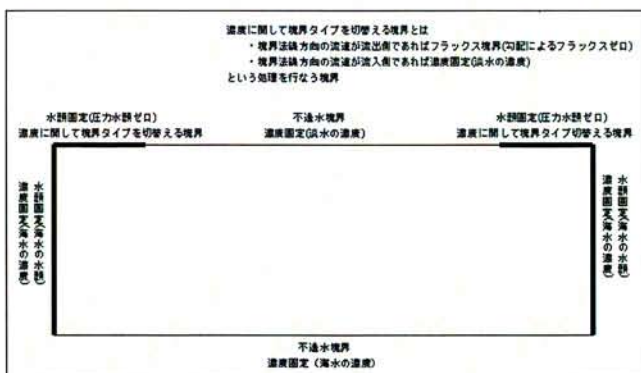


図1 SUTRAでの解析に用いられた境界条件

(2) 淡水レンズの形状と流れ

淡水レンズは静止しているのではなく、図2に示すように淡水・海水とも遷移層に向かって流れており、遷移層に到達した淡水・海水は遷移層に沿って遡上し、

淡水レンズ側端から海へ流出する。淡水レンズ厚はこの淡水流出量と降雨による淡水流入量のバランスで保たれている。実際、塩水流動解析プログラムで図1の境界条件を設定して解析すると、これに一致する流れが計算される。

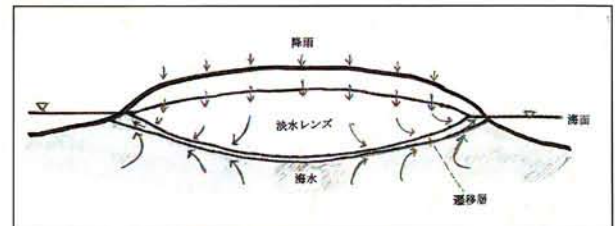


図2 淡水レンズの流れ

および、淡水レンズの上面は海面より淡水レンズ厚の1/40だけ盛上っていることが知られている。これは、密度 1.025g/cm^3 である海水の中に密度 1.000g/cm^3 である淡水が置かれているため、淡水に浮力が働いており、この浮力を押さえる重量に等しい淡水が海面より上に盛上っているためである。

(3) Fetter の1次式

淡水レンズ厚は、島の透水係数、平均降雨量、島の半径より、次式で概算できる。

$$h^2 = \frac{w \cdot |a^2 - (a-x)^2|}{K \cdot (1+G)} \quad (1)$$

$$z = 40 \times h \quad (2)$$

ここで、 h : ウォーターテーブル高 (L)

z : 淡水レンズ厚 (L) w : 淡水供給量・降雨量 (L/T)

K : 透水係数 (L/T) $G: \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} = 40$ (無単位)

a : 島の半径 (L) x : 海岸からの距離 (L)

式(1)から、降雨量が大きいほど淡水レンズが厚くなり、透水係数が小さいほど淡水レンズが厚くなるのがわかる。

(4) Fetter のポアソン方程式

次のFetter のポアソン方程式から淡水レンズ厚を求めることができる。

(様式第 20)

$$K \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \right) \left(\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} \right) = -2W \quad (3)$$

$$z = 40 \times h \quad (2 \text{ 再掲})$$

ここで、 K : 透水係数 (L/T) ρ_f : 淡水の密度 (M/L**3)

ρ_s : 塩水の密度 (M/L**3) W : 降雨量 (L/T)

h : ウォーターテーブル高 (L) z : 淡水レンズ厚 (L)

試みに式 (3) を有限要素法で解くプログラムを作成し、楕円状 (長軸 6000m・短軸 4000m) の島の淡水レンズ厚を計算してみた。中心部での厚さが 6.7m と計算され、妥当な値が得られた。その結果図を図 3 に示す。

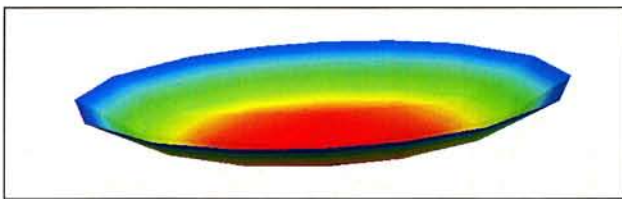


図 3 Fetter のポアソン方程式から求めた淡水レンズ (z 方向 100 倍に引き伸ばし)

(4) SUTRA、SALTFLOW の基礎方程式

浸透流解析の基礎式

$$\text{連続式} \quad S \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} v_i = 0 \quad (4)$$

$$\text{ダルシー式} \quad v_i = -K_{ij} \left(\frac{\partial h}{\partial x_j} + \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} z \right) \quad (5)$$

移流拡散解析の基礎式

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (u_i c)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (6)$$

ここで、

$\rho = \rho_0 + \rho_1 \cdot c$ S : 比貯留係数 (1/L)

h : 圧力水頭 (L) K_{ij} : 透水係数テンソル (L/T)

ρ_0 : 淡水の密度 (M/L³)

ρ_1 : (海水の密度 - 淡水の密度) の値 (M/L³)

ρ : ある塩分濃度にある水の密度 (M/L³)

z : z 座標 (L) t : 時間 (T)

c : 塩分濃度 (無単位) ... 淡水で 0, 海水で 1

u_i : ダルシー流速 D_{ij} : 分散係数テンソル

θ : 間隙率 t : 時間

塩水流動解析プログラムの基礎方程式は式 (5) の右辺第 2 項が $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{\rho_0} z \right)$ となっているが、有限要素法の

要素積分において要素内で ρ を一定として取り扱う

ことより、 $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{\rho_0} z \right) = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} z$ となる。そのほかは

SUTRA, SALTFLOW と同じである。

2. 2 塩水流動解析プログラムによる試計算

本プログラムを用いて計算する場合、①全島を解析領域とする、②取水井戸まわりを切り出して解析領域とする、のふたつが考えられる。①は図 1 の境界条件により図 2 の流れを解くものであり、②は境界上で濃度・圧力水頭を拘束し、安定成層により静止した淡水レンズに外力 (取水) による流れが重ねあわされた流れを解くものである。

(1) 全島を解析領域する計算

年間平均降雨 0~1m 程度、透水係数 0.5~5cm/秒、水平長さ 1~5km (全島)、地下深さ 50m 程度、解析期間 1 年程度の 2 次元淡水レンズ再現計算を行った。計算条件がゆるやかで解が得られた計算の例を図 4 に示す。

計算条件を厳しくしていくと図 5 のように中央遷移層付近で乱れた流速が発生し、これが全体に広がって淡水レンズが非現実的につぶれていく。

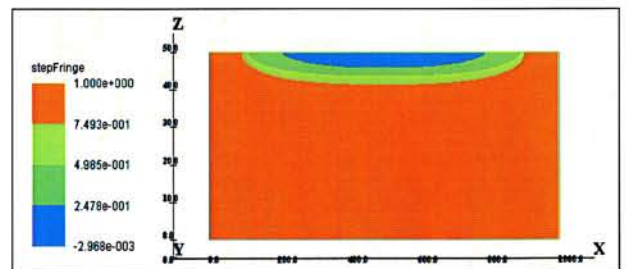


図 4 塩分濃度分布図 (z 方向 10 倍に引き伸ばし)

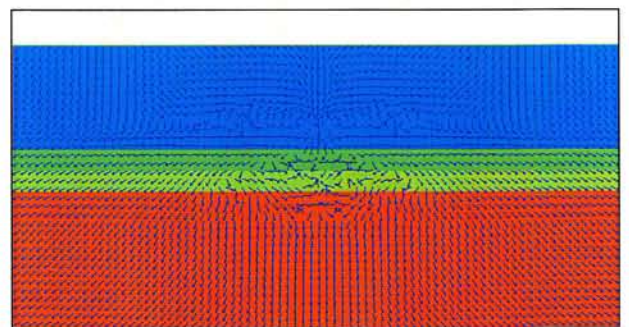


図 5 発生した中央部流速乱れ (流速の大きさは正規化している)

(様式第 20)

これらの計算から知り得たことは次のとおりである。

①全島を解析領域する場合、境界条件を図 1 のように設定すると計算が安定する。またこれにより図 2 のような流れが得られる。②淡水レンズの水平方向長さや厚さの比が大きくなるほど計算が不安定になる。③透水係数が大きくなるほど計算が不安定になる。④降雨が小さくなるほど計算が不安定になる。⑤解析期間が長くなるほど計算が不安定になる。⑥淡水レンズを得るためには、式(5)の右辺第 2 項が $\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial z}{\partial x_j}$ となるようパラメータを設定する必要がある。

(2) 井戸まわりを切り出した領域での計算

仮定した濃度と、これから計算される圧力水頭で、境界を拘束した。結果は解析領域が小さいときは解が得られたが、解析領域を広くすると非現実的な流速乱れが発生し計算できなかった。

また、海水密度 1.000t/m^3 として計算した結果と 1.025t/m^3 として計算した結果を図 6 と図 7 に示す。前者では安定した解が得られたが、後者では安定した解が得られなかった。このことより、計算を難しくする要因は海水密度を含む項 $\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial z}{\partial x_j}$ にあると考えている。

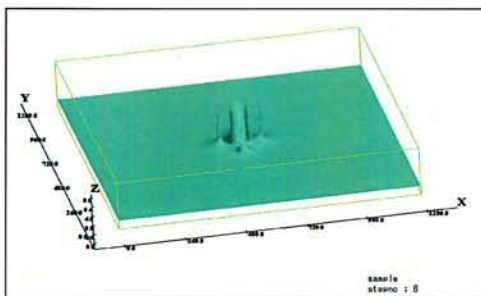


図 6 濃度 5%等値面(海水の密度 1.0, 60 日後)

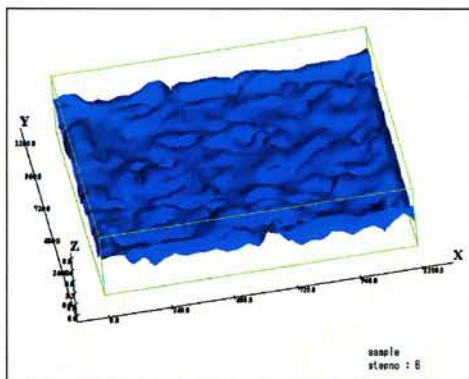


図 7 濃度 5%等値面(海水の密度 1.025, 10 時間後)

3. 結果および考察

このような現状から、必要とされる淡水レンズ再現・予測計算はとりあえず表 1 のように想定し、この範囲で解を得ることを目指す。表中の短期・長期は解析期間で、短期は数時間から 2 ヶ月、長期は 1 年以上を想定している。

表 1 淡水レンズ管理に必要な計算とその手法

計算の分類	井戸まわり切り出し領域での解析	全島領域での解析
淡水レンズ再現・予測計算 (短期)	必要なしと考える	必要なしと考える
淡水レンズ再現・予測計算 (長期)	必要なしと考える	Fetter のポアソン方程式を解く
揚水再現・予測計算 (短期)	浸透流・移流拡散の連成計算をおこない、取水した水の塩分濃度を把握する	必要なしと考える
揚水再現・予測計算 (長期)	必要なしと考える	Fetter のポアソン方程式を解き、淡水レンズへの影響のみを把握する

4. まとめ、今後の課題

表 1 の想定から、来年度の新たな利用課題(淡水レンズ再現・予測計算ツールの整備)においては、①全島領域を解く Fetter のポアソン方程式を解くプログラムの整備(新規に試作した有限要素法プログラムの整備)、②短期の井戸まわり切り出し領域を解く浸透流・移流拡散連成計算プログラムの整備(既存の塩水流動解析プログラムの整備)、を行なうとともに、③これらプログラムを水資源開発の実務に携わっている方に使ってもらいこれらツールの有効性を把握する、という活動を行なう予定である。