

TSUBAME 共同利用 平成 29 年度 学術利用 成果報告書

利用課題名 廃棄物最終処分場における間隙内流体挙動の数値解析
英文: Numerical analyses of fluid dynamics in pores of landfill waste layer

利用課題責任者 鈴木和将
Kazuyuki Suzuki

所属 埼玉県環境科学国際センター
Affiliation Center for Environmental Science in Saitama
URL <http://www.pref.saitama.lg.jp/cess/index.html>

邦文抄録

本研究では、廃棄物最終処分場内部の水やガスの流れ問題の高品質な計算スキームの開発を目的として、数値流体解析の検討を行った。具体的には支配方程式に Navier-Stokes 方程式を用いて SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法により離散化した。さらに、GPGPU コンピューティングによる計算の高速化を試みた。連立一次方程式の求解には GPBi-CG 法を導入し、マルチ GPU を利用して高速並列計算によるシミュレーションを行った。

英文抄録

The purpose of this study is to establish a numerical simulation model of fluid flow in a landfill layer with high quality and high precision. A 3D finite element method is a powerful tool for flows having complex geometry such as porous media in landfill. However, it leads a huge amount of computation cost. In this study, we examined to accelerate the 3D FEM by using the Graphics Processing Unit as a general-purpose use (GPGPU).

Keywords: landfill, Numerical simulation, FEM, Navier-Stokes equations, GPGPU

背景と目的

我々はこれまで、廃棄物最終処分場内部の水やガスの流れ問題の高品質な計算スキームの開発を目的として、埋立廃棄物のコアサンプル等の CT 画像から間隙形状を抽出する三次元モデリングを行い、実際の形状を反映した内部の流れ解析を検討してきた^{1,2)}。モデル化した間隙は複雑な形状をしており、このような中の流れ解析においては、任意形状の適合性に優れた有限要素法による数値解法が有効である。しかし、非圧縮性粘性流体の支配方程式である Navier-Stokes 方程式と連続式に対して有限要素法を適用すると、移流項の卓越や非圧縮性に起因して数値的に不安定な挙動を生じることがある。本研究では、この数値的な不安定性を取り除く手法として Tezduyar ら^{3,4)}によって提案された SUPG (Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) / PSPG (Pressure Stabilizing/Petrov Galerkin)法に基づく安定化有限要素法を適用して離散化を行った。安定化有限要素法は、汎用性が高く、間隙内の流れ解

析においても有用な方法ではあるが、要素数が多く大規模な流れ解析を行う場合、計算量が増加し、計算に莫大な時間を要することとなる。実問題に適用していくためには、大規模化に伴う、計算の高速化が求められている。

近年、画像処理を目的に開発されてきた GPU (Graphics Processing Unit) を画像表示の目的ではなく、科学技術計算に利用する GPGPU (General Purpose Graphics Processing Unit) の研究が、天体や気象等様々な分野で盛んに行われている。GPU 上には、数多くの演算コアが搭載されており、これらのコアを用いた並列計算を行うことにより、大規模な問題に対して計算時間を大幅に短縮することが可能となってきた。数値流体解析においても、このような GPGPU コンピューティングを利用した高速化への試みが図られてきている。非圧縮性流体 Navier-Stokes 方程式を解析する際、解は係数行列が大規模疎行列となるような連立一次方程式を反復解法で解くことで求まるが、このプロセスが計算処

理の最も重い部分となりやすい。このため、連立一次方程式の求解の高速化が重要な課題であり、GPUによる高速化が望まれる。

そこで、本研究では、安定化有限要素法を適用した廃棄物埋立層内の流れ解析に対して、GPU スパコン TSUBAME を用いた計算の高速化を試みた。

概要

マイクロフォーカス X 線 CT 装置を用いて撮影した埋立廃棄物のコアサンプル等の CT 画像を画像処理ソフトウェアに読み込み、モデル間隙形状の作成を行った。さらに、作成した間隙形状のデータを STL ファイルへ変換し、この STL ファイルを基に、自動メッシュ生成ソフトウェア Gmsh を用いて有限要素メッシュの生成を行った。三次元モデリングを行った結果を図 1 に示す。

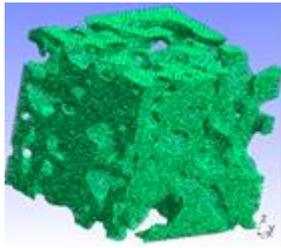


図 1 三次元間隙構造モデル

支配方程式には、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式、連続の式を用いた。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ in } \Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \text{ in } \Omega. \quad (2)$$

ここで、 u は流速、 p は圧力、 Re は Reynolds 数、 Ω は計算領域である。

上記(1),(2)の支配方程式に対して、安定化有限要素法 (SUPG/PSPG 法) を適用すると以下のように弱形式が導かれる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \\ & + \int_{\Omega} \frac{1}{Re} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega} \left(\tau \bar{u}_k \frac{\partial w_i}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) d\Omega = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\int_{\Omega} q \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Omega + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega} \left(\tau \frac{\partial q}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) d\Omega = 0, \quad (4)$$

ここで、 w_i, q は、それぞれ式(1),(2)に対する Galerkin 項の重み関数である。また、 \bar{u}_i は移流速度を表し、 τ は安定化パラメータを表している。これら(3),(4)式に対して Crank-Nicolson 法により時間方向の離散化を行うことで、有限要素方程式が導かれる。導かれた連立一次方程式の解法には GPBi-CG 法を適用した。

本研究では、計算の高速化を達成するために、GPGPU を用いた並列計算を取り入れ、NVIDIA 社の統合開発環境である CUDA とそれらのライブラリ (cuBLAS, cuSPARSE) を用いて GPBi-CG 法を適用した。

結果および考察

埋立処分場間隙内の流れの数値シミュレーションを行った。時間刻み幅を $1.0 \times 10^{-2} \text{sec}$ として 100 ステップを計算し、解析対象とした有限要素メッシュは、節点数 99,560、要素数 437,386 である。計算効率を検討するために、CPU1 コア(1CPU)、CPU1 コアと GPU1 コア(1CPU+1GPU)、CPU2 コア(2CPU)、CPU2 コアと GPU2 コア(2CPU+2GPU)のそれぞれを用いた時の解析に要した時間を計測した。計測結果を表 1 に示す。

表 1 計測結果

数値計算環境	計算時間(sec)
1CPU	1.48×10^5
1CPU+1GPU	1.65×10^4
2CPU	7.69×10^4
2CPU+2GPU	9.06×10^3

1GPU では、1CPU と比較して 9.0 倍高速化を実現した。2GPU+2CPU では、2CPU と比較して 8.5 倍、1CPU と比較して 16.3 倍と大幅に高速化した。また、図 2 に数値シミュレーション結果を示す。速度ベクトルの様子は、GPU、CPU どちらも同じ結果となった。以上の結果より、埋立層間隙内流れ問題を対象とした流体解析において GPU 並列計算の有用性を確認

できた。

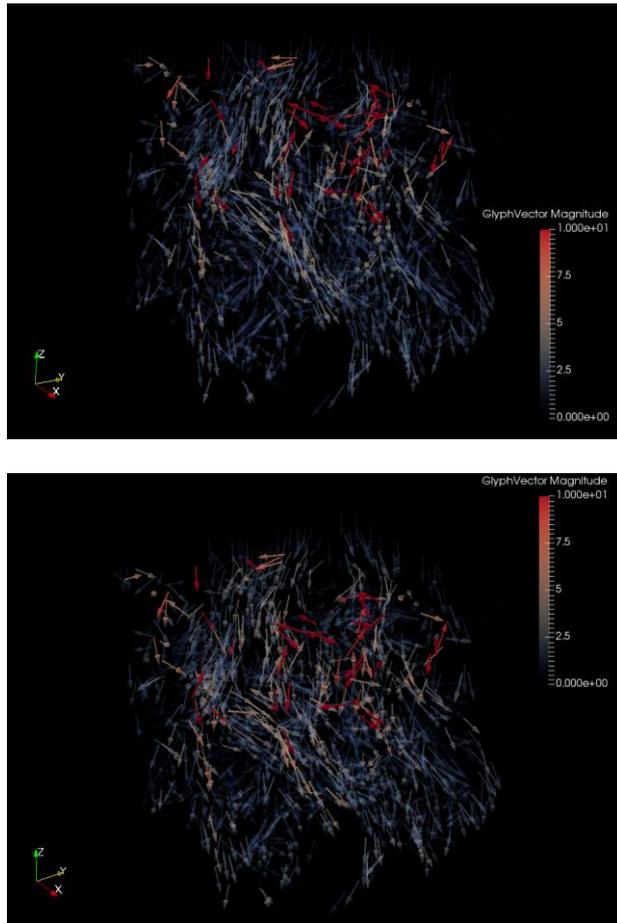


図 2 数値シミュレーション結果(上図:1CPU+1GPU
計算結果、下図:1CPU 計算結果)

まとめ、今後の課題

今後、より長期で広い空間の将来予測を高品質で
可能とする数値解析手法の枠組みを構築していく。

参考文献

- 1) 鈴木和将, 水藤寛: 廃棄物最終処分場内部における間隙構造の可視化と間隙中流れの数値的研究、第 26 回廃棄物資源循環学会研究発表会講演原稿, 441-442 (2015)
- 2) 鈴木和将, 水藤寛: 廃棄物最終処分場における埋立層間隙内の気液二相流数値解析、第 27 回廃棄物資源循環学会研究発表会講演原稿, 451-452 (2016)
- 3) Tezduyar, T.E.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advanced in Applied Mechanics*, 28, 1-44(1991)
- 4) Tezduyar, T.E., Mittal, S., Ray, S.E. & Shih, R.: Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 95, 221-242(1992)