

TSUBAME 共同利用 令和3年度 学術利用 成果報告書

超流動ヘリウムにおける量子乱流の数値的研究
Numerical study of quantum turbulence in superfluid helium湯井 悟志
Satoshi Yui慶應義塾大学 自然科学研究教育センター
Research and Education Center for Natural Sciences, Keio University
<https://www.sci.keio.ac.jp/>

我々は、量子流体力学における重要問題である 2 流体結合ダイナミクスを研究している。本課題では、量子乱流と常流体乱流の結合ダイナミクスを研究した。そのような 2 流体同時乱流は、未解決問題である量子乱流の T2 状態の原因だと予想されてきた。我々は、2 流体結合ダイナミクスの数値計算を行い、2 流体同時乱流を解析した。我々の研究結果は常流体乱流が量子乱流を強化することを明らかにし、得られた結果は実験と一致していた。

We study the coupled dynamics of two fluids, which is an important problem in quantum hydrodynamics. In this project, we studied the coupled dynamics of quantum turbulence and normal-fluid turbulence. The dual-turbulent state has been expected to be the cause of the unsolved T2 state of quantum turbulence. We performed numerical simulations of the coupled dynamics of two fluids, and analyzed the dual-turbulent state. The results of our study showed that the normal-fluid turbulence enhances the quantum turbulence, and the obtained results are consistent with the experiments.

Keywords: 量子流体力学, 超流動, 量子渦, 量子乱流, 2 流体モデル, 渦糸モデル

背景と目的

我々の研究目標は、超流動ヘリウム中の量子乱流の物理を明らかにすることである。液体ヘリウム 4 は、大気圧下の温度 2.17 K 以下で粘性が消失する超流動性を示す。ティサとランダウの 2 流体モデルによると、超流動状態の液体ヘリウム 4 は非粘性の超流体と粘性をもつ常流体の混合流体として理解できる[1,2]。本課題で取り組む量子乱流とは超流体の乱流のことであり、量子渦(渦芯まわりの速度循環が量子化された渦)のタングルとして実現される[3]。量子乱流は、他の様々な系(超流動ヘリウム 3, 原子気体ボース・アインシュタイン凝縮体, 中性子星など)においても出現し得る。したがって、量子乱流の研究は、物理学の広範囲の分野に対して重要な意味をもつだろう。

本課題では、超流動ヘリウム 4 における超流体と常流体の結合ダイナミクスの解明に取り組んだ。量子乱流状態では、量子渦を介して 2 流体間に相互摩擦力が働くようになり、2 流体が互いに影響を与えながら運動を行う。そのような 2 流体結合ダイナミクスは、量子流体力学における根本的かつ重要なテーマである。

2 流体の両方が乱流である状態は、量子乱流における長年の未解決問題である T1-T2 遷移の原因であると予想されてきたが[4]、2 流体結合ダイナミクスを考慮しなければ取り組めない問題である。ここで、T1-T2 遷移とは超流体が T1 状態と T2 状態の 2 段階で乱流遷移する現象のことである。これに対して、T2 状態は 2 流体両方が乱流の状態である、という仮説がある。我々は、量子乱流の T2 状態を解明するために、2 流体モデルの数値計算を用いて 2 流体同時乱流状態の研究を行なった。具体的には、超流体の渦糸モデルと常流体のナビエ・ストークス方程式を連立して数値計算を実行する。

我々の先行研究において、2 流体結合ダイナミクスの計算の基本的な導入には成功し、興味深い物理を明らかにしてきた[5,6]。しかし、T2 状態の量子乱流等に対しては数値計算コストが非常に大きい等の問題点があった。そこで、渦糸モデルの数値計算に対して Fast Multipole Method [7,8]などの計算高速化を適用して TSUBAME の性能を活用する。

概要

超流動とは非粘性の流れのことであり、極低温において量子力学的な効果がマクロに現れた現象である。そのような超流動の非線形・非平衡状態である量子乱流は、超流動ヘリウム 3 および 4、冷却原子気体、中性子星等分野を横断する重要な現象である。我々は、典型的な系である超流動ヘリウム 4 の量子乱流の研究を行う。本課題では、量子乱流の長年の未解明問題である T1-T2 遷移に関連した研究を行う。

結果および考察

超流体に対する渦糸モデルでは、量子渦の芯の太さを無視して糸で近似する[3]。通常の古典流体と違い、超流動ヘリウム 4 に対しては渦糸モデルが非常に有効な方法として知られている。超流動速度場は、全渦糸に沿って積分を行なうビオ・サバル則によって決定される。温度 0 K においては、渦糸は超流動速度場に完全に追従して運動を行なうとされる。しかし、有限温度においては常流体との相互摩擦の影響も受けて運動を行なう。一方、常流体はナビエ・ストークス方程式のような運動方程式に従い、外力として量子乱流から受ける相互摩擦力が考慮される。このように 2 流体は相互摩擦を介して互いに影響を与えながら運動を行なう。今回の研究では、常流体に Arnold–Beltrami–Childress 型の外力をさらに与えることで常流体を乱流にしている。また、常流体には非圧縮条件を課している。

数値計算は、体積(1.0 mm)³の空間 3 次元の系で行なう。x, y, および z 方向に周期的境界条件が課されている。x 軸方向に熱対向流を印加して量子乱流を駆動する。温度 1.9 K に対応するパラメータを用いる。超流体の時間積分は 4 次の Runge–Kutta 法、常流体の時間積分は 2 次の Adams–Bashforth 法で行う。平均の常流体流速を $V_n = 2.5 \text{ mm/s}$, 3.0 mm/s , 4.0 mm/s , 4.5 mm/s として数値計算を行う。

数値計算の結果、2 流体同時乱流の統計的定常状態が得られた。量子乱流の統計量としては、渦糸長密度 L (単位体積あたりに含まれる渦糸の長さ)に注目した。初期状態として少数の渦糸を配置しているが、熱対向流からエネルギー注入を受けて時間とともに L の値が増加していく。今回の数値計算の場合、時間が 5 s 程度経過すると L

の値が一定値の周りを揺らぐようになる。これは、エネルギーの注入と散逸がつりあった統計的定常状態に到達したことを示している。

以上のようにして得られた量子乱流および常流体乱流の統計量を解析していく。統計量は、統計的定常状態において時間平均されている。量子乱流の統計量は上述の渦糸長密度 L であるが、常流体の統計量としては常流体速度ゆらぎ I を採用する。常流体速度ゆらぎ I は、量子乱流の可視化実験等により調べられており、それらの実験と値を比較することが可能である。数値計算では、外力の振幅を調整することにより、常流体乱流のゆらぎの大きさを変化させることができる。各平均常流体流速 V_n に対して、外力の振幅を変化させていくつかの数値計算を実行し、ゆらぎ I と渦糸長密度 L の関係を探索した。さらに、ゆらぎ I が実験と一致するように外力の振幅を調整した状況において、平均流速 V_n と渦糸長密度 L の関係を解析した。その結果、多くの実験で知られているように[3,4], $L^{1/2}$ が V_n に比例することを確認した。この比例関係の係数 γ は、量子乱流の T1 状態と T2 状態を判別するパラメータであり、T2 状態の γ は T1 状態のものより大きい傾向がある。我々の数値計算の結果、2 流体同時乱流状態の γ の値は、T2 状態のものと一致することが明らかになった。以上の結果は、背景と目的で説明した「T2 状態は 2 流体の同時乱流状態である」という考えを支持している。

まとめ、今後の課題

以上のように、我々は量子流体力学における長年の未解明問題である T1-T2 遷移に関連する研究を行なった。具体的には、T2 状態では常流体と超流体の両方が乱流である、という仮説を確かめるために、2 流体結合ダイナミクスの数値計算を実行した。結果として、2 流体同時乱流の統計的定常状態を得ることに成功し、得られた統計量は T2 状態の実験値と一致していた。これらの結果は、T2 状態の仮説を支持しており、大きなインパクトがあるだろう。

しかしながら、研究結果を論文としてまとめて投稿したところ[9]、いくつかの批判を受けて掲載拒否となった。批判の一つは、数値計算を行なったパラメータの範囲に関することであった。そこで、我々は TSUBAME の計算機資源を活用してさらに広いパラメータでのデータを集める

など、研究内容の説得力を上げていたが、利用期間中には計算が完了しなかった。今後も、TSUBAME を利用してデータを集め、近い内に論文として結果を発表したいと考えている。

参考文献

- [1] L. Tisza, *Nature* **141**, 913 (1938).
- [2] L. Landau, *J. Phys. U.S.S.R.* **5**, 71 (1941).
- [3] R. J. Donnelly, *Quantized Vortices in Helium II*, (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1991).
- [4] J. T. Tough, *Superfluid Turbulence*, in *Prog. in Low Temp. Phys.* **8**, Chap. 3 (1982).
- [5] S. Yui, M. Tsubota, and H. Kobayashi, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 155301 (2018).
- [6] S. Yui, H. Kobayashi, and M. Tsubota, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 155301 (2020).
- [7] R. Yokota, T. Sheel, and S. Obi, *J. Comput. Phys.* **226**, 1589 (2007).
- [8] R. Yokota et al., *Comput. Phys. Commun.* **180**, 2066 (2009).
- [9] S. Yui et al., arXiv:2105:09499.