

TSUBAME 共同利用 令和 5 年度 学術利用 成果報告書

利用課題名 超流動ヘリウムにおける量子乱流の数値的研究
 Numerical study of quantum turbulence in superfluid helium

利用課題責任者 湯井 悟志
 Satoshi Yui

大阪公立大学大学院理学研究科
 Graduate School of Science, Osaka Metropolitan University
<https://www.omu.ac.jp/sci/>

量子乱流には 2 つの形態があり, 1 つは統計的性質に古典乱流とのアナロジーをもつ(準古典乱流とよばれる). 準古典乱流の実現には, 量子乱流中の渦糸バンドル構造が重要であると信じられているが, 2 流体モデルの連立数値計算による研究はまだない. 我々は, 2 流体連立数値計算により, 量子乱流中の渦糸バンドル形成を調べた. 外力を加えることで, 常流体成分を乱流にする. 結果として, 常流体渦の影響により, 渦糸バンドルが出現することがわかった. そのときの量子乱流の統計的性質を調べると, 準古典乱流のものと整合することが明らかになった.

Quantum turbulence has two different forms, and one of them has analogies to classical turbulence in terms of statistical features (called quasi-classical turbulence). Although quasi-classical turbulence is thought to arise with a vortex-filament bundle structure, it has not yet been studied by using the coupled simulation of the two-fluid model. We have studied the bundle formation in quantum turbulence using the two-fluid coupled simulation. The normal-fluid component is made turbulent by external forces. It is found that the vortex-filament bundles can be formed by impacts from the normal-fluid vortices. Statistical features of the quantum turbulence are analyzed, and it is found that these features are consistent with those of quasi-classical turbulence.

Keywords: 量子流体力学, 超流動, 量子渦, 量子乱流, 2 流体モデル, 渦糸モデル

背景と目的

量子流体力学[1]における重要な問題が, 量子乱流(超流動の乱流)である. 超流動は, 流体の粘性が消失する現象であり, 極低温において Bose-Einstein 凝縮などを起こすことで実現する. 典型的には, 液体ヘリウム 4 が大気圧下の温度 2.17 K 以下で超流動に転移する. このような超流動には, 渦の量子化という際立った性質がある. 超流動ヘリウム 4 の量子渦は, 径 0.1 nm の渦芯をもち, その周りには量子化された速度循環 $\kappa = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ の流れができる. 量子乱流は, このような量子渦が絡みあった毛玉のような状態として実現する. 量子乱流の研究は, 半世紀以上にわたり膨大に積み重ねられ, 近年では他の様々な量子凝縮系(例えば, 超流動ヘリウム 3, 冷却原子気体, 中性子星)にも分野横断的に広がっている.

2 流体モデルによると, 超流動ヘリウム 4 は粘性をもつ常流体と非粘性の超流体の混合流体として理解される. 近年, 量子乱流の物理における 2 流体の連立ダイ

ナミクスの重要性が明らかになりつつある. 量子渦が存在すると, その渦芯により常流体の構成要素が散乱されるため, 2 流体の間に相互摩擦力が働くようになる. したがって, 量子乱流状態においては 2 流体が互いに影響を与えながら運動を行う. 近年になり, 可視化実験の大きな発展により 2 流体成分それぞれの運動を観測することが可能になった[2]. それら実験により, 単一成分の流体では見られない 2 流体系特有の現象(例えば常流体層流分布の変形[3])が報告された. しかし, それまでの数値的研究では常流体成分のダイナミクスを無視した計算がほとんどであったので[4], そのような 2 流体系特有の現象は理解できなかった.

2 流体連立ダイナミクスに注目が集まる一方で, その理論的/数値的研究はまだ不十分である. 2 流体の連立数値計算は, 単純だが先駆的研究として 2000 年に Kivotides らの渦輪の伝播の研究がある[5]. 最近ではいくつかのグループが研究を始め, 層流に近い常流体との連立数値計算[6,7]や新しい結合モデルの提案[8],

渦輪伝播の実験との比較[9]などがあつた。しかし、それらは単純な状況に適用されるにとどまっている。

残された課題として重要なのが、2 流体が同時に乱流の状況である。量子乱流には 2 つの形態があり、1 つは統計的性質に古典乱流とのアナロジーをもつ(準古典乱流とよばれる[10])。準古典乱流の実現には、量子乱流中の渦糸バンドル構造が重要であると信じられている。2 流体同時乱流においては、常流体渦から相互摩擦を受けて渦糸がバンドルを形成するだろう。渦糸がバンドルを形成するなどにより、準古典乱流は平均渦糸間隔より大きなスケールの構造を持っていると信じられている。また、技術的な問題として、2 流体同時乱流の数値計算では渦糸モデルの計算が重くなることがある。

本研究課題のねらいは、主に 2 流体の連立数値計算により量子乱流の物理を解明することである。今年度は、とくに 2 流体の同時乱流状態を数値計算することにより、準古典乱流の研究を行った。超流体は渦糸モデル、常流体は Navier-Stokes 方程式で記述され、それらが相互摩擦力を介して連立する。常流体を外力により乱流状態にすると、相互摩擦力により超流体も乱流状態になる。このようにして 2 流体同時乱流状態を実現する。得られた量子乱流を解析し、渦糸がバンドルを形成することを確認する。また、エネルギー・スペクトルがコルモゴロフの $k^{-5/3}$ 則を示唆することを示す。さらに、量子乱流の減衰のべき則を解析し、準古典乱流のものと整合することを示す。計算コストの問題は、高速多重極法[11,12]を渦糸の Biot-Savart 積分に適用すること、また TSUBAME の性能を活用することで乗り越える。

概要

超流動とは非粘性の流れのことであり、量子凝縮系の物理学における重要な研究対象である。超流動の乱流は量子乱流ともよばれ、いまでも盛んに研究されている。量子乱流の長年の未解決問題として T1・T2 遷移などがあるが、そのような状況をシミュレーションするためには大規模な数値計算が必要だと考えられている。本研究課題では、TSUBAME の性能を活用してそのような大規模数値計算を行い、量子乱流の重要な物理

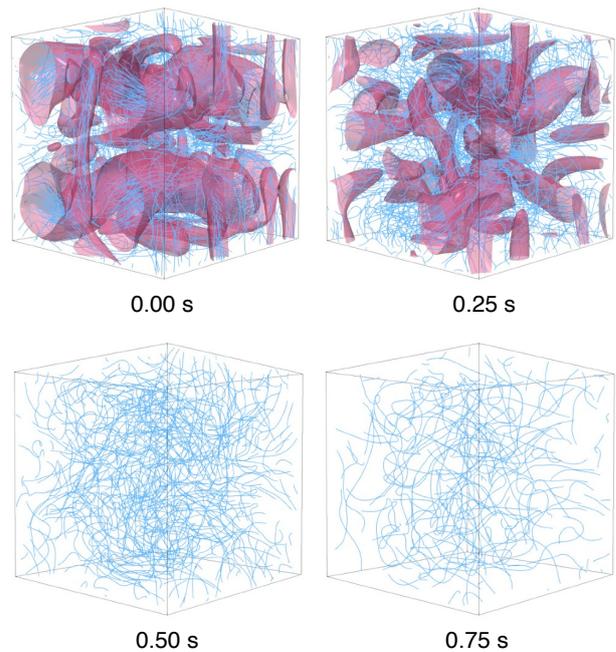


図 1: 減衰する量子乱流と常流体乱流。

の解明を主な目標とする。今年度は、2 流体同時乱流の数値実験を行い、準古典乱流の性質として知られる渦糸のバンドル形成などを調べた。

結果および考察

2 流体結合ダイナミクスは、超流体の渦糸モデルと常流体の Navier-Stokes 方程式の連立によって記述される[9]。まず、渦糸モデルとは量子渦の芯を太さのない糸で近似したモデルであり、渦糸のまわりには循環の量子 κ の流れが誘導される[4]。渦糸により誘導される超流動速度場 v_s は Biot-Savart 則により計算できる。有限温度では常流体との相互摩擦力を考慮する必要があり、その結果渦糸の速度 ds/dt は、次の式で決まる：

$$\frac{ds}{dt} = v_s(s) + \alpha s' \times (v_n - v_s) - \alpha' s' \times (v_n - v_s)$$

右辺第 2,3 項は相互摩擦を表している。相互摩擦係数 α, α' は温度に依存するパラメータである。 s' は渦糸の単位接線ベクトルであり、相互摩擦項は 2 流体の相対速度 $v_n - v_s$ に依存する。つぎに、常流体は Navier-Stokes 方程式で記述され、外力として渦糸との相互摩擦力を受ける。本研究では、さらに常流体を乱流にするために大スケール渦を駆動する外力[13]を加える。この外力により、常流体には 4 つの反平行な渦管が駆動され、それらがカスケードすることで常流体が乱流にな

る。

数値計算は、温度 1.9 K のパラメータで行われた。数値計算領域の体積は、 $(1.0 \text{ mm})^3$ である。時間分解能は、 0.00005 s であり、渦糸の空間分解能は $0.006\text{--}0.018 \text{ mm}$ である。常流体は 64^3 の格子点で離散化した。渦糸の Biot-Savart 積分の計算は、高速多重極法 [11,12]により高速化した。

2 流体を連立して計算する前に、常流体のみの計算を行い、乱流になるかどうかを確認した。常流体の渦を解析するために、速度勾配テンソルの第二不変量の空間分布を計算した。大スケール渦を駆動する外力 [13] を加えて時間発展させると、4 つの反平行の常流体渦が成長していくことが確認できた。そして、それらの大きな渦管が不安定になりカスケードを繰り返すことを再現できた。

つぎに、常流体乱流とともに渦糸も時間発展させる。状況は、2 流体の平均相対速度がゼロの Coflow である。計算の結果、常流体から相互摩擦を受けることで渦糸の毛玉が成長していき、量子乱流が得られた。量子乱流の統計量として、渦糸長密度を用いる。渦糸長密度は、単位体積あたりの渦糸の長さである。渦糸長密度の時間発展を解析すると、初期から徐々に成長していき、途中から一定値のまわりをゆらぐようになった。これは、量子乱流が統計的定常状態に到達したことを意味する。

得られた常流体乱流と量子乱流の共存状態が、準古典乱流の性質を満たすかを解析する。準古典乱流で重要な性質が、渦糸のバンドル形成であった。渦糸の 3 次元構造を可視化した結果、渦糸がバンドルを形成していることが確認できた。バンドル形成を定量的に評価するために、平滑化渦度(smoothed vorticity) [14]を採用し、渦糸の向きが揃ってバンドルが形成されている座標で平滑化渦度が上昇することを確認した。さらに、準古典乱流であるならエネルギー・スペクトルはコルモゴロフ則に従うはずである。量子乱流のエネルギー・スペクトルを解析した結果、範囲は狭いがコルモゴロフ則に近いべき則が得られた。よって、この数値実験によって再現されたのは準古典乱流であると言えるだろう。

さらに、2 流体間の平均相対速度が存在する熱対向流の計算も行なった。この場合は、平均相対速度を印

加するために 2 流体の結合が阻害され、量子乱流が準古典乱流ではなく Vinen 乱流 [10](Ultra-quantum turbulence とよばれる)の性質を示すことが期待される。計算の結果、量子乱流は統計的定常状態に到達した。統計的定常状態の渦糸の構造を調べると、渦糸バンドルは形成されない傾向を示した。これは、2 流体の相対速度により 2 流体の結合が阻害されるためだと理解できる。また、エネルギー・スペクトルを解析したところ、コルモゴロフ則からずれることがわかった。よって、熱対向流の状況で計算された 2 流体同時乱流は準古典乱流ではなく Vinen 乱流に属していると言えるだろう。

最後に、準古典乱流と Vinen 乱流の大きな違いとして、減衰のべき則を調べる。系へのエネルギー注入を切ると、渦糸長密度は時間とともに減少していく。このときの減衰のべき則として、準古典乱流は $t^{-3/2}$ 、Vinen 乱流は t^{-1} と知られている。そこで、上記の Coflow の 2 流体同時乱流の定常状態において突然外力をゼロにし、量子乱流の減衰を数値実験した。図 1 は、減衰する量子乱流と常流体乱流のスナップショットである。青線が渦糸、マゼンタ色の面が常流体速度勾配テンソルの第二不変量の正の等値面を示している。時刻 $t = 0.0 \text{ s}$ で外力をゼロとし、そこから常流体の大きな渦が崩壊していく。初期には渦糸のバンドルが存在するが、時間とともに渦糸の密度も減少して量子乱流が減衰していく。このように、2 流体の乱流がともに減衰する状況を数値的に再現した。準古典乱流に期待されたように $t^{-3/2}$ に近いべき則で渦糸長密度が減少していくことが確認できた。この結果は、今回の計算で得られたバンドルをもつ量子乱流が準古典乱流であるということをサポートする。

まとめ、今後の課題

2 流体の連立数値計算により量子乱流と常流体乱流の結合ダイナミクスが再現され、未だ謎の残る準古典乱流との対応が研究された。計算した状況は Coflow と熱対向流である。Coflow の場合、常流体の渦管の位置に対応して、量子乱流の渦糸がバンドルを形成することがわかった。また、エネルギー・スペクトルを解析すると、コルモゴロフ則を示唆することがわかった。これらの性質は、準古典乱流のものと整合している。一方、

熱対向流の場合は、外的な相対速度のために渦糸のバンドルは形成されない傾向にあり、Vinen 乱流に分類されるだろう。最後に、定常状態に到達した後に外力をゼロにして 2 流体同時乱流を減衰させることで、渦糸長密度の減衰のべき則を解析した。バンドルを形成した Coflow の量子乱流は、減衰のべき則が準古典乱流のものと整合することがわかった。しかし、統計平均やパラメータ依存性の確認など、まだ詳細には調べられていない。今後、継続して計算を行なってデータを集め、成果を論文として発表する予定である。

参考文献

- [1] 坪田誠, 笠松健一, 小林未知数, 竹内宏光「量子流体力学」(丸善出版, 2018 年).
- [2] W. Guo et al., PNAS **111**, 4653 (2014).
- [3] A. Marakov et al., Phys. Rev. B **91**, 094503 (2015).
- [4] M. Tsubota et al., J. Low Temp. Phys. **188**, 119 (2017).
- [5] D. Kivotides et al., Science **290**, 777 (2000).
- [6] S. Yui et al., Phys. Rev. Lett. **120**, 155301 (2018).
- [7] S. Yui et al., Phys. Rev. Lett. **124**, 155301 (2020).
- [8] L. Galantucci et al., Eur. Phys. J. Plus **135**, 547 (2020).
- [9] Y. Tang et al., Nat. Commun. **14**, 2941 (2023).
- [10] P. M. Walmsley and A. I. Gorov, Phys. Rev. Lett. **100**, 245301 (2008).
- [11] R. Yokota et al., J. Comput. Phys. **226**, 1589 (2007).
- [12] R. Yokota et al., Comput. Phys. Commun. **180**, 2066 (2009).
- [13] S. Goto et al., Phys. Rev. Fluids **2**, 064603 (2017).
- [14] Bagaley et al., Phys. Rev. Lett. **109**, 205304 (2012).